

Scenariusz warsztatów wypracowany w ramach projektu „Fizyka-Pasja-Społeczeństwo”

Autor:

Karolina Stachurska

Tytuł zajęć:

Wahadło matematyczne - zajęcia dla szkół podstawowych

Numer zadania: 3

Cel: *Czego uczeń się dowie? Jakie umiejętności zdobędzie lub rozwinie?*

Uczeń zapozna się z podstawowymi informacjami dotyczącymi wahadła matematycznego. Pozna wzory na wyznaczenie okresu drgań wahadła oraz przyspieszenia ziemskiego. Zdobędzie umiejętność posługiwania się suwmiarką. Nauczy się rysowania wykresów na papierze milimetrowym.

Zajęcia skierowane do uczniów szkół podstawowych.

Czas potrzebny na realizację wykładu: 2,5 godz.

Słowa kluczowe (dzięki nim nauczyciel będzie mógł znaleźć w bibliotece ten opis):

wahadło matematyczne, przyspieszenie ziemskie, okres drgań wahadła

WAHADŁO MATEMATYCZNE

WSTĘP

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie wartości przyspieszenia ziemskiego na podstawie pomiarów okresu drgań wahadła matematycznego.

Wahadło matematyczne jest to ciało o masie punktowej zawieszone na nierozciągliwej i cienkiej nici. W momencie wytrącenia takiego ciała ze stanu równowagi, zaczyna się ono wahać ruchem okresowym. Wahanie to jest wynikiem działania siły ciężkości.

Okres drgań wahadła matematycznego (T) poruszającego się w zakresie małych kątów wynosi:

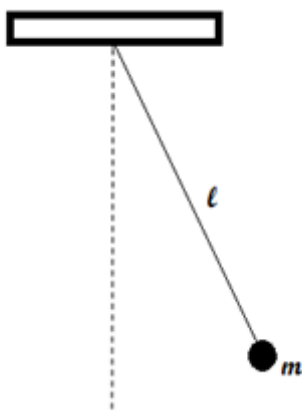
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

gdzie:

l – długość wahadła [m] (odległość pomiędzy środkiem ciężkości wahadła a punktem jego zawieszenia),

g – przyspieszenie ziemskie [$\frac{m}{s^2}$],

π – stała matematyczna $\sim 3,141593$



Rys. 1. Wahadło matematyczne: m – masa wahadła, l – długość wahadła.

Wahadło matematyczne może służyć jako narzędzie do wyznaczenia przyspieszenia ziemskiego, poprzez pomiar okresu drgań takiego wahadła oraz jego długości. Wówczas po przekształceniu wzoru (1) otrzymujemy wzór na przyspieszenie ziemskie:

$$g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot l \quad (2)$$

POMIARY

Do dyspozycji masz:

- wahadło o regulowanej długości,
- taśmę mierniczą,
- suwmiarkę,
- linijkę,
- kartkę papieru z zaznaczoną linią,
- stoper.

Na początku doświadczenia należy ustalić długość wahadła. Najlepiej tak, aby dolna krawędź kuli znajdowała się kilka centymetrów nad ziemią. Pamiętajmy, że poprzez długość wahadła rozumiemy odległość pomiędzy środkiem ciężkości wahadła a punktem jego zawieszenia. Aby wyznaczyć dokładną długość wahadła należy skorzystać ze wzoru:

$$l = L - h - r \quad (3)$$

gdzie:

L – odległość od podłogi po punktu zawieszenia wahadła,

h – wysokość od ziemi do dolnej krawędzi kuli,

r – promień kuli.

Wszystkie pomiary możesz zapisać w tabeli 1 umieszczonej na końcu instrukcji.

Pamiętaj o jednostkach!

Tuż pod kulą, na podłodze, należy położyć kartkę z zaznaczoną linią – będzie ona wyznaczała miejsce, od którego należy rozpocząć pomiar okresu drgań wahadła. W momencie, gdy kula zwisa swobodnie i nie wykonuje żadnego ruchu, nasze wahadło znajduje się w stanie równowagi. Następnym elementem eksperymentu jest wypracowanie najlepszej metody wychylenia wahadła ze stanu równowagi – w kierunku prostopadłym do narysowanej na kartce kreski, na odległość około 30 cm. Należy pamiętać, że wahadło nie może krążyć po elipsie, kula nie może kiwać się wokół własnego środka ciężkości oraz nie może się obracać wokół własnej osi. Przed przystąpieniem do właściwych pomiarów, należy wykonać kilka próbnych. Spróbuj zmierzyć 10 pojedynczych okresów drgań wahadła. Pamiętaj, że pojedynczy okres jest to przedział czasu, między dwoma przejściami kuli nad kreską narysowaną na kartce w tę samą stronę.

Co możesz powiedzieć o uzyskanych wynikach? Czy są one powtarzalne? Jakie czynniki wpływają na ich powtarzalność?

W celu wyznaczenia przyspieszenia ziemskiego, należy wykonać 5 razy pomiar czasu trwania dziesięciu okresów drgań wahadła. Całą czynność należy powtórzyć dla pięciu różnych długości wahadła. Wszystkie pomiary oraz obliczenie zapisz w Tabeli 1.

W celu wyznaczenia wartości przyspieszenia ziemskiego dla naszego wahadła matematycznego, należy je policzyć dla każdej długości wahadła osobno a następnie wyznaczyć średnią arytmetyczną.

Średnie przyspieszenie ziemskie wynosi:

$$g_{\text{średnie}} = \dots \frac{m}{s^2}$$

W celu wyznaczenia przyspieszenia ziemskiego niezbędne było wykonanie pomiarów bezpośrednich: długości wahadła oraz okresu jego drgań.

Czy uważasz, że pomiary te zostały wykonane bardzo dokładnie czy są obarczone niepewnościami? Jakie czynniki mogły wpłynąć na niepewności pomiarowe?

Spróbuj oszacować, z jakimi niepewnościami pomiarowymi dokonałeś pomiarów długości oraz okresu drgań wahadła:

$$\Delta l = \dots$$

$$\Delta T = \dots$$

Należy pamiętać, że wielkość obliczona pośrednio (przyspieszenie ziemskie) na podstawie pomiarów bezpośrednich (długość wahadła, okres drgań) również obarczona jest błędem. Błąd wyznaczenia przyspieszenia ziemskiego można wyznaczyć na podstawie poniższego wzoru:

$$\left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 = \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 \quad (4)$$

$$\Delta g = \dots\dots\dots$$

Otrzymane wyniki z Tabeli 1 przedstaw na wykresie na papierze milimetrowym jako zależność kwadratu okresu drgań wahadła od jego długości $T^2(l)$, a następnie spróbuj dopasować do nich prostą o równaniu $y = ax + b$.

Zastanów się do czego może służyć wykonanie takiego wykresu i dopasowanie prostej. Czy na ich podstawie możliwe jest obliczenie wartości przyspieszenia ziemskiego?

Wyznaczone wartości parametrów:

$$a = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots$$

Obliczona wartość przyspieszenia ziemskiego:

$$g = \dots\dots\dots \frac{m}{s^2}$$

Porównaj wartość przyspieszenia ziemskiego wyznaczoną z wykresu z wartością uzyskaną na podstawie pomiarów. Która metoda według Ciebie jest dokładniejsza?

Porównaj oba wyniki z tablicową wartością przyspieszenia ziemskiego dla Warszawy, które wynosi:

$$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

Jak myślisz, co mogło wpłynąć na różnice pomiędzy tymi wielkościami?

Tabela 1. Wyniki pomiarów i obliczeń

Lp.	L [m]	h [m]	r [m]	l [m]	$10 \cdot T$ [s]	$10 \cdot T_{\text{średnie}}$ [s]	$T_{\text{średnie}}$ [s]	$T_{\text{średnie}}^2$ [s ²]	g [$\frac{m}{s^2}$]
1									
2									

3									
4									
5									